Visual inertial wheel Odometry System

作者：孔大庆 日期： 2019-11-13

0 前沿

本文研究对象为室内扫地机，研究课题是依靠视觉+IMU+轮式里程计实现室内扫地机的精确定位。本文参考开源VIO项目VINS-Fusion方案，采用滑动窗口方式的非线性优化VIO算法框架，并结合论文《Tightly-coupled Monocular Visual-odometric SLAM using Wheels and a MEMS Gyroscope》中用轮式里程计信息替代加速度信息方法实现视觉+陀螺仪+轮式里程计VIWO算法。

1 算法框架

2 预积分

VIWO预积分部分相对于VINS-Fusion的VIO不同之处在于用轮式里程计数据替代加速度数据，原因有二：1）扫地机经常无法避免的发生碰撞，这种情形极有可能让VIO系统崩溃,而里程计信息发生碰撞测量信息一般不会有较大变化;2)里程计可以提供更加精准的里程信息。然而，VIWO系统需要处理轮子打滑的问题，这个后续再讨论。

VIWO预积分将利用陀螺仪数据和里程计数据计算两帧图像间的相对位姿和置信度信息，下面将给出具体推导公式，在此之前先定义坐标系和相关符号。定义世界坐标系w，轮式里程计坐标系为o，陀螺仪坐标系为b，摄像头坐标系为c。我们用里程计坐标系相对于世界坐标系的位姿来表示机器人的位姿即。对于连续两帧图像i帧和j帧，可以得到一些列的陀螺仪数据以及左右轮的线速度和。为了获取更加精确的预积分状态量，采用中值积分法，定义

] (1)

] 其中) (2)

是IMU相对于里程计坐标系的旋转矩阵，定义为m时刻陀螺仪的测量噪声，为m时刻里程计测量噪声，为陀螺仪零偏噪声，预积分过程中认为其值不变。

**1）预积分主体部分推算**

那么用里程计和陀螺仪更新j帧时刻的位姿如下：

(3)

上式中(.)是李群和李代数一种映射关系，表示将映射为相应的旋转。对公式（3）两边同乘，可得公式（4）

(4)

公式（4）的含义在于将（3）中绝对的位姿量转化在里程计坐标系相对i帧的相对位姿量，而相对位姿量是完全可以只依靠i和j帧之间的陀螺仪数据和里程计数据即可计算的状态，即预积分。

**2）预积分置信度推算**

在后续进行非线性优化的时候，需要用到预积分状态量的信息矩阵，因此需要计算其协方差。下面来推导从第k次到k+1次误差项的传递过程：

首先，明确误差项的数学模型，如公式（5）。

(5)

需要计算公式中的F和G，即可得到协方差矩阵的传递过程如公式（6），其中为噪声矩阵。

(6)

现推导公式中的F和G矩阵，首先根据公式（4），得k和k+1状态递推过程如下：

(7)

误差项由历史误差传递和量测噪声两部分组成，具体推导如下：

**2-1）的推导**

=

=

=

]

=]

**2-2）的推导**

:

:

=

：

:

=

**2-3）的推导**

**2-4)的推导**

**2-5)的推导**

1. **变化更新预积分的推导**

后续针对状态量的优化调整势必会影响预积分的数值，如果用更性后的重新计算预积分则显得过于麻烦，这里利用一阶泰勒展开，近似得：

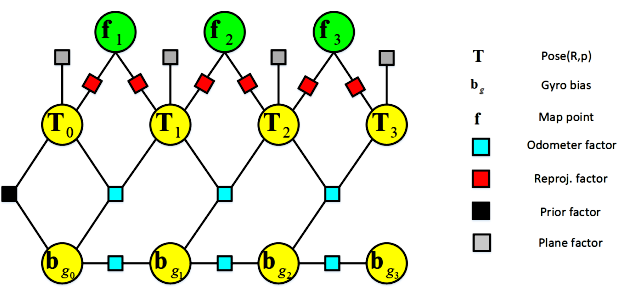
其中*、*是从i帧到j帧位置和角度误差相对于陀螺仪零偏误差的雅可比矩阵，其值可通过每一次值连乘得到。

3 非线性优化

定义滑窗优化的变量为：

其中

直接用参考论文的图优化示意图，如下所示。绿色圆圈为待优化的路标点逆深度，黄色圆圈为扫地机器人的位姿以及陀螺仪零偏，它们之间通过重投影误差进行约束，如图中的红色方框;同时，因为考虑扫地机是二维空间运动，所以每一个位姿它的俯仰角、横滚角以及高度都应受到约束，如图中灰色方框所示；而蓝色方框则表示预积分与相邻帧位姿变换的约束；黑色方框是初始状态约束。



用数学语言描述：，其中后验概率用贝叶斯公式将其转化为先验乘似然的形式，最终得下式。

用负对数形式求解

下面逐一给出重投影误差、预积分误差以及平面约束误差的形式极其对应雅可比矩阵的推导。

1. **重投影误差**

重投影误差计算公式如下：

其中是经过i帧像素点重投影到j帧的像素点预测位置，其重投影公式如下：

其中都是待优化的状态量，是该像素点对应的逆深度。迭代寻优时需要计算误差相对于它们的雅可比， 为了区分旋转和平移首先将上式进行分解如下：

+()

同时，利用链式法则，首先计算关于的雅可比为：

**1-1)关于雅可比**

**1-2)关于雅可比**

其中

**1-3)关于雅可比**

*=*

*=*

**1-4)关于雅可比**

*=*

*=*

**1-5)关于雅可比**

1. **预积分误差**

预积分误差公式如下：

(8)

其中取虚部，理论上预积分两帧见的旋转和预测的值一样的话，那么虚部应该为***0***。涉及到的待优化的量有*、、、、、、，*下面给出关于它们的雅可比矩阵。

**2-1-1）关于雅可比**

**2-1-2）关于雅可比**

**2-1-3）关于*、*雅可比**

**2-1-4）关于*、*雅可比**

**2-1-5）关于*、*雅可比**

**2-2-1）关于雅可比**

**2-2-2）关于雅可比**

**2-2-3）关于*、*雅可比**

=

**2-2-4）关于*、*雅可比**

**2-2-5）关于*、*雅可比**

=

**2-3-1）关于雅可比**

**2-3-2）关于雅可比**

**2-3-3）关于*、*雅可比**

**2-3-4）关于*、*雅可比**

**2-3-5）关于*、*雅可比**

**2-4-1）关于雅可比**

**2-4-2）关于雅可比**

**2-4-3）关于*、*雅可比**

**2-4-4）关于*、*雅可比**

**2-4-5）关于*、*雅可比**

**2-5-1）关于雅可比**

**2-5-2）关于雅可比**

**2-5-3）关于*、*雅可比**

**2-5-4）关于*、*雅可比**

**2-5-5）关于*、*雅可比**

1. **平面约束误差**

平面约束主要指，相对于开始处的位姿，扫地机器人在高度方向以及水平姿态上变化都不应该很大，可用下式表示二者误差为：

其中待优化的量为，其对应的雅可比如下：

**3-1-1）关于雅可比**

**3-1-2）关于雅可比**